

You **may add** whatever you want to this page.

$f(t)$	$F(s)$	$F(s) = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-s \cdot t} dt$
1 $\delta(t)$	1	
2 $u(t)$	$\frac{1}{s}$	
3 $t \cdot u(t)$	$\frac{1}{s^2}$	
4 $t^n \cdot u(t)$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$	
5a $e^{a \cdot t} \cdot u(t)$	$\frac{1}{s - a}$	
5b $e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot u(t)$	$\frac{1}{s + \frac{1}{\tau}}$	$\tau = -\frac{1}{a} = \text{time constant}$
6 $t \cdot e^{a \cdot t} \cdot u(t)$	$\frac{1}{(s - a)^2}$	
7 $t^n \cdot e^{a \cdot t} \cdot u(t)$	$\frac{n!}{(s - a)^{n+1}}$	
8a $\cos(b \cdot t) \cdot u(t)$	$\frac{s}{s^2 + b^2}$	$b = \omega = \text{radian frequency}$
8b $\sin(b \cdot t) \cdot u(t)$	$\frac{b}{s^2 + b^2}$	
9a $e^{a \cdot t} \cdot \cos(b \cdot t) \cdot u(t)$	$\frac{s - a}{(s - (a + bj)) \cdot (s - (a - bj))}$	$= \frac{s - a}{s^2 - 2 \cdot a \cdot s + (a^2 + b^2)}$
	$\frac{s - a}{(s - a)^2 + b^2}$	$= \frac{s - a}{s^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2}$
9b $e^{a \cdot t} \cdot \sin(b \cdot t) \cdot u(t)$	$\frac{b}{(s - (a + bj)) \cdot (s - (a - bj))}$	$= \frac{b}{s^2 - 2 \cdot a \cdot s + (a^2 + b^2)}$
	$\frac{b}{(s - a)^2 + b^2}$	$= \frac{b}{s^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2}$
11a $t \cdot e^{a \cdot t} \cdot \cos(b \cdot t) \cdot u(t)$	$\frac{(s - a)^2 - b^2}{[(s - a)^2 + b^2]^2}$	$= \frac{(s - a)^2 - b^2}{[s^2 - 2 \cdot a \cdot s + (a^2 + b^2)]^2}$
11b $t \cdot e^{a \cdot t} \cdot \sin(b \cdot t) \cdot u(t)$	$\frac{2 \cdot b \cdot (s - a)}{[(s - a)^2 + b^2]^2}$	$= \frac{2 \cdot b \cdot (s - a)}{[s^2 - 2 \cdot a \cdot s + (a^2 + b^2)]^2}$

Euler's equations $\cos(\omega \cdot t) = \frac{e^{j \cdot \omega \cdot t} + e^{-j \cdot \omega \cdot t}}{2}$

$\sin(\omega \cdot t) = \frac{e^{j \cdot \omega \cdot t} - e^{-j \cdot \omega \cdot t}}{2 \cdot j}$

ECE 3510 Some Laplace Properties

Operation	f(t)	F(s)
Time differentiation	$\frac{d}{dt} f(t)$	$s \cdot F(s) - f(0^-)$
	$\frac{d^2}{dt^2} f(t)$	$s^2 \cdot F(s) - s \cdot f(0^-) - \frac{d}{dt} f(0^-)$ initial slope
Time integration	$\int_{0^-}^t f(\tau) d\tau$	$\frac{1}{s} \cdot F(s)$
	$\int_{-\infty}^t f(\tau) d\tau$	$\frac{1}{s} \cdot F(s) + \frac{1}{s} \cdot \int_{-\infty}^{0^-} f(t) dt$
Initial value	$f(0^+)$	$\lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot F(s)$ $n > m$ # of poles > # of zeroes
Final value	$f(\infty)$	$\lim_{s \rightarrow 0} s \cdot F(s)$ (all poles of sF(s) in LHP)

Misc Information

$$0 = a \cdot x^2 + b \cdot x + c \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

$$b^2 - 4 \cdot a \cdot c > 0 \quad \text{overdamped}$$

$$b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 0 \quad \text{critically damped}$$

$$b^2 - 4 \cdot a \cdot c < 0 \quad \text{under damped}$$

$$Y(s) = \frac{b_2 \cdot s^2 + b_1 \cdot s + b_0}{s^2 + a_1 \cdot s + a_0} \cdot X(s) + \frac{s \cdot y(0) + \frac{d}{dt} y(0) + a_1 \cdot y(0) - b_2 \cdot s \cdot x(0) - b_2 \cdot \frac{d}{dt} x(0) - b_1 \cdot x(0)}{s^2 + a_1 \cdot s + a_0}$$

Standard feedback loop transfer function

